Zadanie 1. Ile procent pola koła stanowi pole trójkąta równobocznego wpisanego w to koło

a) 41%,

b) więcej niż 40%,

c) mniej niż 44%.

Zadanie 2. Zbiór punktów (x, y) płaszczyzny takich, że $|x - y| + |x| \leqslant 2$.

a) jest symetryczny względem osi OX,

b) jest symetryczny względem osi OY,

c) jest równoległobokiem.

Zadanie 3. Liczba $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$ jest

a) niewymierna,

b) mniejsza od 2,

c) równa -2.

Zadanie 4. Układ równań $\begin{cases} x \cdot y = 30 \\ y \cdot z = 35 \\ z \cdot x = 42 \end{cases}$ jest spełniony przez

a) co najmniej jedną trójkę (x, y, z) liczb całkowitych dodatnich,

b) dokładnie jedną trójkę (x, y, z) liczb całkowitych dodatnich,

c) dokładnie sześć trójek (x, y, z) liczb całkowitych dodatnich.

Zadanie 5. Liczby naturalne a i b w dzieleniu przez 17 dają odpowiednio reszty 1 i 2. Z tego wynika, że liczba $a + b$ w dzieleniu przez 17 daje resztę, która jest liczbą

a) zależną od liczb a i b,

b) liczbą pierwszą lub większą od 13,

c) nieparzystą.

Zadanie 6. Wykresem funkcji $f(x) = \frac{x^2-4}{x+2}$ jest

a) hiperbola,

b) prosta,

c) półprosta.

Zadanie 7. Funkcja g jest określona na zbiorze wszystkich liczb rzeczywistych. Dla dowolnych x i y spełnia ona równanie $g(x \cdot y) = g(x) + g(y)$. Wartość $g(2010)$ jest

a) równa 2010,

b) równa 0,

c) nie większa niż 1005.

Zadanie 8. Na ile maksymalnie części podzieli kulę 7 kół należących do tej kuli?

a) 11,
b) nie mniej niż 22,
c) 44.

Zadanie 9. Która z figur płaskich opisanych równaniem ma środek symetrii?

a) $2x^2 + 2y^2 = 3$,
b) $2x^2 - 3y = 0$,
c) $(2x + 3y)^2 = 1$.

Zadanie 10. Równanie $(x^{2011} - x^{2010} + x^{2009} - x^{2008} + \ldots - 1)(x + 1) = 0$ ma

a) 2010 różnych rozwiązań,
b) 2011 różnych rozwiązań,
c) 2 rozwiązania.

Zadanie 11. Reszta z dzielenia liczby 2010^3 przez 13

a) wynosi $3375^{0,(3)}$,
b) jest podzielna przez 5,
c) jest liczbą pierwszą.

Zadanie 12. Dla pewnej wartości parametru m podzbiór płaszczyzny opisany układem nierówności

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leqslant 4 \\ x^2 + y^2 \geqslant m^2 \end{cases}$$

a) jest okręgiem,
b) jest kołem,
c) jest zbiorem nieograniczonym.

Zadanie 13. Dla pewnego ciągu arytmetycznego a_n zachodzi równość $2S_{2n} = S_{4n}$ dla $n \in \mathbb{N}_+$. Wynika z tego, że

a) ciąg a_n jest stały,
b) ciąg a_n jest rosnący,
c) ciąg a_n jest niemalejący.

Zadanie 14. Suma $\sin^2 1^o + \sin^2 2^o + \sin^2 3^o + \ldots + \sin^2 89^o + \sin^2 90^o$ wynosi

a) nie mniej niż 45,
b) 45,5,
c) 45.

Zadanie 15. Istnieje romb o boku długości a i przekątnych długości d_1 i d_2 dla

- a) $a = 5, \quad d_1 = 6, \quad d_2 = 8,$
- b) $a = 5, \quad d_1 \in (0, 10), \quad d_2 = \sqrt{100 - d_1^2},$
- c) $a = 5, \quad d_1 \in (0, 5), \quad d_2 = \sqrt{25 - d_1^2}.$

Zadanie 16. Wielomian $(x^3 - 3x^2 + 4)^{2000}$ w dzieleniu przez wielomian:

- a) $x - 1$ daje resztę, która jest liczbą nieparzystą,
- b) $x + 1$ daje resztę, która jest liczbą pierwszą,
- c) $x^2 - 1$ daje resztę, która jest wielomianem stopnia pierwszego.

Zadanie 17. Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{x+a}{x-1}$, gdzie $a \in \mathbb{R}$. Istnieje takie a, że

- a) wykres funkcji zawiera się w prostej o równaniu $y = 1$,
- b) wykresem funkcji jest prosta,
- c) funkcja ma dwa miejsca zerowe.

Zadanie 18. Ramię trójkąta równoramiennego jest równe promieniowi R okręgu opisanego na tym trójkącie. Wobec tego

- a) trójkąt ten jest ostrokątny,
- b) trójkąt ten jest rozwartokątny,
- c) pole trójkąta jest równe $\frac{R^2\sqrt{3}}{4}$.

Zadanie 19. Na osi liczbowej zaznaczono punkt A o współrzędnej a oraz punkt G o współrzędnej g. Liczby a i g spełniają nierówność $|a - g| < 1$. Wynika stąd, że

- a) odległość punktu A od punktu G jest mniejsza od 1,
- b) $-1 < a - g < 1,$
- c) $a \in (g - 1; g + 1).$

Zadanie 20. Prosta o równaniu $x = 2$ jest osią symetrii wykresu funkcji kwadratowej f. Wobec tego dla każdej liczby rzeczywistej t

- a) $f(t) = f(-t),$
- b) $f(2 - t) = f(2 + t),$
- c) $f(t - 2) = f(t + 2).$

ZADANIA OTWARTE

1. *Punkty S i T dzielą średnicę okręgu na trzy równe części. Punkt P należący do okręgu jest odległy od punktu S o 7 cm, a od punktu T o 9 cm. Oblicz odległość między punktami S i T.*

2. *Pewny Kupiec na początku każdégo roku wyłączá z kapitału swégo co rok na wydátki Zł.1200: resztą zaś kapitáłu tak pomyślnie zarábiá, że na końcu każdégo roku dwoi kapitáł pozostały. Przy końcu 3 lát przychodzi do kapitáłu 5 razy tak wielkiégo, iak był tén, który zebráł przed 3 laty. Jakiż iest kapitáł iego?*

Źródło: „Stare polskie zadania z matematyki", Witold Więsław, Opole 2000.

ROZWIĄZANIE: