Zadanie 1. Dane są dwie różne liczby pierwsze p i q. Liczbą niewymierną jest liczba

- [ ] a) $\sqrt{pq}$,
- [ ] b) $\sqrt{p+q}$,
- [ ] c) $p\sqrt{q} - q\sqrt{p}$.

Zadanie 2. Wykres funkcji $f(x) = ||x-1|-2| + ||x-2|-1|$, gdzie $x \in \mathbb{R}$, ma z osią OX:

- [ ] a) dokładnie jeden punkt wspólny,
- [ ] b) dokładnie dwa punkty wspólne,
- [ ] c) więcej niż jeden punkt wspólny.

Zadanie 3. Po uproszczeniu wyrażenie $a^{\sqrt{\log_a b}} - b^{\sqrt{\log_b a}}$ przyjmie wartość

- [ ] a) ab,
- [ ] b) 0,
- [ ] c) 1.

Zadanie 4. W klasie można posadzić uczniów w ławkach trzyosobowych na k sposobów, przy czym k jest 240 razy większe od liczby uczniów. Zatem w klasie jest

- [ ] a) 17 uczniów,
- [ ] b) parzysta liczba uczniów,
- [ ] c) nieparzysta liczba uczniów.

Zadanie 5. Układ równań $\begin{cases} x^2 + y^2 = k^2 \\ x + y = k \end{cases}$ dla $k \neq 0$

- [ ] a) nie ma rozwiązania,
- [ ] b) ma jedno rozwiązanie,
- [ ] c) ma dwa rozwiązania.

Zadanie 6. Dany jest prostokąt $ABCD$ o bokach długości 8 i 6. Rzuty prostokątne punktów B i D na przekątną AC

- [ ] a) dzielą przekątną na trzy przystające części;
- [ ] b) wyznaczają trzy odcinki takie, że długość każdego z nich nie przekracza 3,6;
- [ ] c) dzielą przekątną na odcinki o niewymiernych długościach.

Zadanie 7. Liczba $\operatorname{tg}^6 20^\circ - 33 \operatorname{tg}^4 20^\circ + 27 \operatorname{tg}^2 20^\circ$ jest

- [ ] a) mniejsza niż 1,
- [ ] b) mniejsza niż 2,
- [ ] c) mniejsza niż 3.

Zadanie 8. Danych jest n punktów w przestrzeni. Wiadomo, że m punktów ($m \leqslant n$) leży w jednej płaszczyźnie i żadne cztery punkty z $n-m$ punktów nie są współpłaszczyznowe, a żadne trzy z m punktów nie są współliniowe. Liczba czworościanów, których wierzchołki znajdują się w tych punktach, wynosi

- [ ] a) $\binom{n-m}{4}$,
- [ ] b) $\binom{n}{4} - \binom{m}{4}$,
- [ ] c) $\binom{n}{4} - \binom{n}{3} \cdot m$.

Zadanie 9. Układ równań $\begin{cases} x^2 - 4my + k^2 = 1 \\ \frac{y-x}{x+y} + \frac{x+y}{y-x} = -\frac{10}{3} \end{cases}$

- [ ] a) ma dwa rozwiązania dla dwóch wartości całkowitych parametru m,
- [ ] b) ma dwa rozwiązania dla czterech wartości całkowitych parametru m,
- [ ] c) nie ma dwóch rozwiązań dla żadnej wartości całkowitej parametru m.

Zadanie 10. Wykres funkcji $f(x) = \sin^2 x + |\cos x| \cdot \cos x$, dla $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$

- [ ] a) jest odcinkiem dla pewnych x,
- [ ] b) jest wykresem funkcji rosnącej,
- [ ] c) nie przecina osi OX.

Zadanie 11. Ciąg liczb naturalnych dodatnich podzielono na grupy: $(1), (2,3), (4,5,6), (7,8,9,10), \ldots$. Wobec tego suma liczb występujących w n-tej grupie wynosi:

- [ ] a) $\frac{n(n+1)}{2}$,
- [ ] b) $\frac{n^4-1}{4}$,
- [ ] c) $\frac{1}{2}(n^3+n)$.

Zadanie 12. Równanie $1 - 3 \cdot 2^{\log x} = x^{\log 2}$

- [ ] a) nie ma rozwiązania,
- [ ] b) ma jedno rozwiązanie wymierne,
- [ ] c) ma jedno rozwiązanie całkowite.

Zadanie 13. Zbiór punktów przestrzeni jednakowo oddalonych od dwóch różnych prostych jest

- [ ] a) zawsze prostą,
- [ ] b) zawsze płaszczyzną,
- [ ] c) może nie być ani prostą, ani płaszczyzną.

Zadanie 14. Miary kątów trójkąta prostokątnego tworzą ciąg arytmetyczny, a jego obwód jest równy $3 + \sqrt{3}$. Wobec tego

- [ ] a) pole trójkąta wynosi 1,
- [ ] b) promień okręgu wpisanego w trójkąt jest mniejszy od $\frac{1}{2}$,
- [ ] c) pole koła opisanego na trójkącie wynosi π.

Zadanie 15. Funkcja f dana wzorem $f(x) = \sqrt{1 - \cos x}$

- [ ] a) jest określona tylko dla $x \in \langle 0, 1 \rangle$,
- [ ] b) ma maksimum równe $\sqrt{2}$,
- [ ] c) ma minimum równe 0.

Zadanie 16. Na drodze a metrów przednie koło bryczki obróciło się x razy, a tylne koło wykonało b obrotów mniej. Oznaczając przez y różnicę obwodów tylnego i przedniego koła otrzymujemy:

- [ ] a) $xy(x - b) = ab$,
- [ ] b) $xy(x - a) = ab$,
- [ ] c) $y = \frac{a}{x-b} - \frac{b}{x}$.

Zadanie 17. Dany jest układ równań $\begin{cases} x^4 + y^4 = 1 \\ [x] + [y] = 1 \end{cases}$ ($[x]$ oznacza część całkowitą z x). Zatem

- [ ] a) $x \in (0, 1)$,
- [ ] b) $x = 0$ i $y = 1$ lub $x = 1$ i $y = 0$,
- [ ] c) $y \in (-1, 0)$.

Zadanie 18. Niech A i B będą skończonymi zbiorami. Istnieje dokładnie jedna funkcja różnowartościowa ze zbioru A na B wtedy i tylko wtedy, gdy:

- [ ] a) A i B mają po tyle samo elementów,
- [ ] b) B ma co najmniej tyle elementów, co A,
- [ ] c) A i B mają po jednym elemencie.

Zadanie 19. Prawdziwe jest zdanie:

- [ ] a) $[x] + \mathrm{sgn}(x) = [x + \mathrm{sgn}(x)]$,
- [ ] b) $|x + \mathrm{sgn}(x)| \geqslant |x|$,
- [ ] c) $x + [x] = 2[x] - \mathrm{sgn}(x)$.

Zadanie 20. Z 7 cyfr można utworzyć 42 liczby siedmiocyfrowe. Zatem ilość jednakowych cyfr w tej liczbie wynosi:

- [ ] a) 2,
- [ ] b) 5,
- [ ] c) więcej niż 3.

ZADANIA OTWARTE

1. *Oblicz pole trójkąta prostokątnego wpisanego w okrąg o promieniu R, jeśli wiadomo, że odległość stycznej do okręgu, poprowadzonej w wierzchołku kąta prostego, od jednego z pozostałych wierzchołków tego trójkąta jest równa a, ($a \geqslant R$).*

2. *Wyznaczyć takie wszystkie trójki liczb naturalnych x, y, z, że liczby x^2+1 i y^2+1 są pierwsze oraz*
$$(x^2+1)(y^2+1) = z^2+1.$$

ROZWIĄZANIE: