Zadanie 1. Różnica pomiędzy sumą wszystkich liczb dwucyfrowych parzystych a sumą wszystkich liczb dwucyfrowych podzielnych przez 3 wynosi:

- a) 756,
- b) 765,
- c) 567.

Zadanie 2. Czy istnieją funkcje $f, g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, które nie są parzyste i nie są nieparzyste, a ponadto:

- a) ich iloczyn jest niezerową funkcją parzystą, a złożenie jest niezerową funkcją nieparzystą?
- b) ich iloczyn jest niezerową funkcją nieparzystą, a złożenie jest niezerową funkcją parzystą?
- c) ich suma jest niezerową funkcją nieparzystą?

Zadanie 3. Wartość wyrażenia $\sqrt{3-\sqrt{8}}+\sqrt{5-\sqrt{24}}+\sqrt{7-\sqrt{48}}$ równa się:

- a) 3,
- b) 2,
- c) 1.

Zadanie 4. Dana jest funkcja $f(x) = \begin{cases} 4-x & \text{dla} \quad x \geqslant 0 \\ 4+x & \text{dla} \quad x < 0 \end{cases}$. Niech $g(x) = |f(f(x))|$. Ile rozwiązań ma równanie $g(x) = 0$?

- a) mniej niż dwa,
- b) mniej niż trzy,
- c) mniej niż cztery.

Zadanie 5. Wszystkich par liczb całkowitych (x, y) spełniających równanie $(x+y-2)(x-y-2)-5 = 0$ jest:

- a) mniej niż 6,
- b) mniej niż 5,
- c) mniej niż 4.

Zadanie 6. Pierwiastki równania kwadratowego $x^2 + px - q^2 = 0,\ q \neq 0$ oznaczamy: x_1 i x_2. Wobec tego $x_1^2x_2 + x_1x_2^2$ wynosi:

- a) $p^2 + 2q^2$,
- b) $\frac{p^2+2q^2}{q^2}$,
- c) $p^2 + 4q^2$.

Zadanie 7. Miejscami zerowymi funkcji kwadratowej $f(x)$ są liczby -6 oraz 1. Wartość wyrażenia $\frac{3\cdot f(94)}{f(-24)}$ jest:

- a) liczbą parzystą,
- b) kwadratem liczby pierwszej,
- c) liczbą postaci $3k+2$, gdzie k jest pewną liczbą całkowitą.

Zadanie 8. Nieprawdą jest, że:

☐ a) liczba $\sqrt[3]{25-27\sqrt[3]{2}+9\sqrt[3]{4}}+\sqrt[3]{2}$ jest liczbą całkowitą,

☐ b) liczba $\sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}+\sqrt{2}$ jest liczbą niewymierną,

☐ c) liczba $\sqrt{5\frac{1}{4}-3\sqrt{3}}-\sqrt{5\frac{1}{4}+3\sqrt{3}}$ jest liczbą dodatnią.

Zadanie 9. Wszystkich liczb pierwszych p takich, że $p+1$ jest kwadratem liczby naturalnej jest:

☐ a) mniej niż jedna,

☐ b) mniej niż dwie,

☐ c) mniej niz trzy.

Zadanie 10. Liczba $\frac{n+2+\sqrt{n^2-4}}{n+2-\sqrt{n^2-4}}+\frac{n+2-\sqrt{n^2-4}}{n+2+\sqrt{n^2-4}}$, $n \geqslant 2$,

☐ a) dla n parzystego jest parzysta,

☐ b) dla n parzystego jest nieparzysta,

☐ c) dla n nieparzystego jest nieparzysta.

Zadanie 11. W trójkącie ABC o polu S i obwodzie L, punkt P dzieli bok AB w stosunku $|AP| : |PB| = 2 : 3$. Prosta równoległa do boku BC i przechodząca przez punkt P wyznacza na boku AC punkt R. Wówczas:

☐ a) obwód trójkąta APR wynosi $\frac{2}{5}L$,

☐ b) trójkąt APR jest podobny do trójkąta ABC w skali $k=\frac{2}{3}$,

☐ c) pole trapezu $BCRP$ wynosi $\frac{21}{25}S$.

Zadanie 12. Działanie $\otimes$ jest zdefiniowane w zbiorze liczb rzeczywistych w następujący sposób: $x \otimes y = xy(x+y)$. Wtedy dla każdych $x, y \in \mathbb{R}$:

☐ a) $x \otimes (-y) = y \otimes x$,

☐ b) $x \otimes y = -(y \otimes x)$,

☐ c) $(-x) \otimes y = y \otimes (-x)$.

Zadanie 13. Odwrotność liczby $N = \frac{2}{n-m} + (\frac{n}{m} + 2 + \frac{m}{n}) \cdot \frac{m}{m^2-n^2}$ jest:

☐ a) liczbą naturalną,

☐ b) liczbą całkowitą,

☐ c) liczbą wymierną.

Zadanie 14. W kwadrat o boku $1+\sqrt{2}$ wpisano trzy przystające koła, których środki leżą na jednej z przekątnych. Dwa z tych kół są styczne do boków kwadratu i zewnętrznie styczne do koła środkowego. Prawdą jest, że:

☐ a) stosunek pola kwadratu do sumy pól tych kół wynosi $\frac{4(2\sqrt{2}+3)}{3\pi}$,

☐ b) obwód każdego z kół jest równy π,

☐ c) pole każdego z kół jest < 1.

Zadanie 15. Obwód prostokąta jest 10 razy większy od różnicy długości jego boków, a jego pole jest o 16 większe od różnicy kwadratów tych boków. Wynika stąd, że:

- [ ] a) stosunek długości boków prostokąta jest równy 3:2,
- [ ] b) przekątna prostokąta ma długość 15,
- [ ] c) długość okręgu opisanego na prostokącie równa się 26π.

Zadanie 16. Funkcja $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x^2+2x+m}}$:

- [ ] a) osiąga wartość 1 dla m spełniającego równanie $2^m = \frac{1}{32}$,
- [ ] b) osiąga wartość największą równą $\sqrt{\frac{4}{m-1}}$,
- [ ] c) dla $m = 1$ osiąga wartość równą 2 tylko dla jednego argumentu.

Zadanie 17. Funkcja $f(x) = ||x-2|-4| + ||x-4|-2|$:

- [ ] a) ma najmniejszą wartość równą 0,
- [ ] b) ma jedno miejsce zerowe,
- [ ] c) jest parzysta.

Zadanie 18. Niech ciąg (a_n) będzie ciągiem geometrycznym o wyrazach dodatnich. Zatem ciągiem geometrycznym jest ciąg określony wzorem:

- [ ] a) $b_n = a_n^2$,
- [ ] b) $b_n = 2a_n$,
- [ ] c) $b_n = \frac{1}{a_n}$.

Zadanie 19. Jeśli $\sin 100° = m$ to:

- [ ] a) $\sin 200° = 2m$,
- [ ] b) $\cos 200° = 1 - 2m^2$,
- [ ] c) $\sin 200° = 2m\sqrt{1-m^2}$.

Zadanie 20. Kąt wewnętrzny pewnego wielokąta foremnego wynosi 170°. Wówczas:

- [ ] a) wielokąt ten ma 594 przekątne,
- [ ] b) suma miar kątów wewnętrznych tego wielokąta wynosi 12240°,
- [ ] c) promień okręgu wpisanego jest dłuższy od boku wielokąta.

ZADANIA OTWARTE

1. Przekątne AC i BD trapezu $ABCD$ $(AB||CD)$ przecinają się w punkcie O. Pola trójkatów AOB i COD wynoszą odpowiednio: P_1 i P_2. Wyznacz pole trapezu $ABCD$.
2. Na drodze 36 m przednie koło ciągnika wykonało o 6 obrotów więcej niż tylne. Gdyby obwód każdego koła zwiększyć o 1 m, to na tej samej drodze przednie koło wykonałoby o 3 obroty więcej niż koło tylne. Oblicz obwody kół.

ROZWIĄZANIE: