**Zadanie 1.** Liczba $(6+4\sqrt{2})^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{-\frac{1}{2}} - \sqrt{2}$ jest

- [ ] a) wymierna,
- [ ] b) całkowita,
- [ ] c) naturalna.

**Zadanie 2.** Dwa promienie okręgu tworzą kąt $140°$. Kąt utworzony przez styczne poprowadzone przez końce tych promieni jest kątem

- [ ] a) ostrym,
- [ ] b) o mierze $140°$,
- [ ] c) o mierze $40°$.

**Zadanie 3.** Jeżeli $2a^2 + 2b^2 = 5ab$ i $b > a > 0$, to wartość ułamka $\frac{a+b}{a-b}$ jest

- [ ] a) liczbą pierwszą,
- [ ] b) liczbą parzystą,
- [ ] c) liczbą podzielną przez 3.

**Zadanie 4.** Liczby całkowite $a, b, c$ przy dzieleniu przez 4 dają odpowiednio reszty 1, 2, 3. Reszta z dzielenia sumy kwadratów tych liczb przez 4 jest

- [ ] a) liczbą nieparzystą,
- [ ] b) kwadratem liczby pierwszej,
- [ ] c) równa 2.

**Zadanie 5.** Symbol $\langle x \rangle$ jest zdefiniowany dla liczb dodatnich następująco $\langle x \rangle = 1 + \frac{1}{x}$. Równanie $\langle\langle x \rangle\rangle = \langle 2 \rangle$ ma

- [ ] a) więcej niż jedno rozwiązanie,
- [ ] b) więcej niż dwa rozwiązania,
- [ ] c) więcej niż trzy rozwiązania.

**Zadanie 6.** Na przedłużeniu przeciwprostokątnej $AB$ trójkąta prostokątnego $ABC$ odłożono takie odcinki $AD$ i $BE$, że $|AD| = |AC|$ i $|BE| = |BC|$. Miara kąta $DCE$ jest

- [ ] a) mniejsza niż $150°$,
- [ ] b) mniejsza niż $140°$,
- [ ] c) mniejsza niż $130°$.

**Zadanie 7.** Układ równań $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 23 \\ x + 2y + 4z = 22 \end{cases}$

- [ ] a) ma dokładnie jedno rozwiązanie,
- [ ] b) ma nieskończenie wiele rozwiązań,
- [ ] c) jest sprzeczny.

**Zadanie 8.** Wielokąt wypukły ma 152 przekątne. Suma miar kątów wewnętrznych tego wielokąta jest

a) większa niż $3000°$,

b) mniejsza niż $4000°$,

c) równa $3600°$.

**Zadanie 9.** Istnieje trójkąt, którego długość wysokości wynoszą:

a) 1, 2, 3,

b) 2, 3, 4,

c) 4, 5, 6.

**Zadanie 10.** Liczba $p$ jest liczbą pierwszą większą niż 3. Zatem $p^2 - 1$ dzieli się przez

a) 3,

b) 8,

c) 24.

**Zadanie 11.** Liczby naturalne od 1 do 101 zapisane po kolei tworzą w ten sposób liczbę $a$. Prawdą jest, że

a) $a$ jest złożona,

b) $a$ jest podzielna przez 3,

c) $a$ jest kwadratem liczby naturalnej.

**Zadanie 12.** Dany jest wielomian stopnia piątego o współczynnikach nieparzystych. Każdy pierwiastek całkowity tego wielomianu jest liczbą

a) parzystą,

b) nieparzystą,

c) będącą dzielnikiem wyrazu wolnego.

**Zadanie 13.** Dane są trzy zdania $p, q, r$. Prawdziwe jest zdanie:

a) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim p \Rightarrow \sim q)$,

b) $\sim (p \vee q) \Leftrightarrow ((\sim p) \wedge (\sim q))$,

c) $((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$.

**Zadanie 14.** W trójkącie prostokątnym o przyprostokatnych długości 2 i 3 dwusieczna kąta prostego dzieli przeciwprostokatną na dwa odcinki, z których jeden ma długość

a) $\frac{2\sqrt{13}}{5}$,

b) $\frac{3}{5}\sqrt{13}$,

c) mniejszą niż 1.

**Zadanie 15.** Równanie $3x^2 - 7xy + 2y^2 = 0$ opisuje na płaszczyźnie

- [ ] a) parabolę,
- [ ] b) punkt,
- [ ] c) dwie proste.

**Zadanie 16.** W okrąg, którego promień ma długość $a$ wpisano prostokąt. Środki kolejnych boków prostokąta połączono odcinkami. Obwód otrzymanego prostokąta jest

- [ ] a) większy niż $4a$,
- [ ] b) większy niż $5a$,
- [ ] c) większy niż $6a$.

**Zadanie 17.** Ojciec i matka mają razem 70 lat. Ojciec ma dwa razy tyle, ile matka miała wtedy, kiedy on miał tyle lat, ile ona ma teraz. Zatem:

- [ ] a) ojciec jest o 10 lat starszy od matki,
- [ ] b) iloczyn ich wieku to 1200,
- [ ] c) za 5 lat ojciec będzie miał 45 lat.

**Zadanie 18.** Liczba $\frac{\sin 1 \cdot \cos 1 \cdot \cos 2 \cdot \cos 4 \cdot \cos 8 \cdot \cos 16}{\sin 32}$ jest

- [ ] a) niewymierna,
- [ ] b) wymierna,
- [ ] c) mniejsza niż 0,03.

**Zadanie 19.** Dla pewnego ciągu arytmetycznego $(a_n)$ zachodzi równość $2S_{2n} = S_{4n}, n \in \mathbb{N}_+$. Wynika z tego, że

- [ ] a) ciąg $(a_n)$ jest stały,
- [ ] b) taki ciąg nie istnieje,
- [ ] c) ciąg $(a_n)$ jest malejący.

**Zadanie 20.** Jeżeli $a, b, c$ są liczbami całkowitymi nieparzystymi, to równanie $ax^2 + bx + c = 0$:

- [ ] a) ma dwa pierwiastki wymierne,
- [ ] b) nie ma pierwiastków wymiernych,
- [ ] c) nie ma pierwiastków w zbiorze liczb rzeczywistych.

## ZADANIA OTWARTE

1. Jedna beczka zawiera mieszaninę spirytusu z wodą w stosunku 2:3, a druga w stosunku 3:7. Ile wiader należy wziąść z każdej beczki, żeby otrzymać 12 wiader mieszaniny, w której stosunek spirytusu do wody byłby równy 3:5?.

2. Wykaż, że jeśli $a > b$ i $a \cdot b = 1$, to
$$\left(\frac{a^2+b^2}{2a-2b}\right)^2 \geqslant 2.$$

ROZWIĄZANIE: