PAŃSTWOWA WYŻSZA SZKOŁA ZAWODOWA W CHEŁMIE
INSTYTUT MATEMATYKI i INFORMATYKI
22-100 Chełm, ul. Pocztowa 54
tel./fax. (082) 562 11 24

KONKURS MATEMATYCZNY
im. Samuela Chróścikowskiego

11 kwiecień 2014r. godz. 09.00

Nazwisko i imię: ....

Pesel: ....

Kategoria II nr testu: ....

Wyrażam zgodę na przetwarzanie moich danych osobowych w zakresie związanym z przeprowadzeniem Konkursu.

Podpis: ....

Instrukcja wstępna:

Test składa się z 20 zadań zamkniętych i 2 zadań otwartych. Każde zadanie zamknięte zawiera informacje wstępne oraz trzy propozycje rozwiązań poprzedzone pustymi prostokątami. W każdy prostokąt należy wpisać TAK lub NIE.

Za każdą z poprawnie udzielonych odpowiedzi w poszczególnych zadaniach uczestnik otrzyma 1 pkt. Jeśli wszystkie trzy udzielone odpowiedzi będą prawidłowe uczestnik dodatkowo otrzymuje 1 pkt. Brak odpowiedzi na pytanie będzie traktowane jako odpowiedź błędna. Za każde zadanie otwarte można otrzymać maksymalnie 5 pkt.

W trakcie rozwiązywania zadań pomocnicze obliczenia można wykonywać jedynie na kartkach załączonych do testu. W czasie trwania testu nie można korzystać z tablic matematycznych, kalkulatorów i innych pomocy naukowych.

POWODZENIA !!!!!!!!!!

Zadanie 1. Liczb naturalnych n dla których liczba $n^4 + n^2 + 1$ jest liczbą pierwszą jest:

a) więcej niż dwie,

b) więcej niż trzy,

c) więcej niż cztery.

Zadanie 2. Liczbą złożoną jest:

a) $2^{2014} + 5^{2012}$,

b) $4^{15} + 15^4$,

c) $2^{14} + 5^8$.

Zadanie 3. W trapezie równoramiennym $ABCD$ wysokość poprowadzona z wierzchołka kąta rozwartego ma długość a i dzieli dłuższą podstawę na odcinki, z których dłuższy ma długość b. Pole tego trapezu jest równe:

a) $\frac{a+b}{2}$,

b) ab,

c) $\frac{(a+b)^2-(a-b)^2}{4}$.

Zadanie 4. Pewien wielokąt wypukły ma 54 przekątne. Zatem suma kątów wewnętrznych tego wielokąta jest:

a) mniejsza niż $2000°$,

b) mniejsza niż $1900°$,

c) mniejsza niż $1800°$.

Zadanie 5. Funkcja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ nie ma miejsc zerowych i $x, y \in \mathbb{R}$ spełnia równanie $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$. Prawdą jest, że:

a) $f(0) < 1$,

b) $f(0) > 0$,

c) $f(0) = 1$.

Zadanie 6. Wykres funkcji $f(x) = ||x-1|-2| + ||x-2|-1|$, gdzie $x \in \mathbb{R}$, ma z osią odciętych:

a) dokładnie jeden punkt wspólny,

b) nieskończenie wiele punktów wspólnych,

c) cztery punkty wspólne.

Zadanie 7. Elementów zbioru $A = \{144,\ 10404,\ 1004004,\ 100040004,\ 10000400004,\ 1000004000004\}$, które są kwadratem liczby naturalnej jest:

a) 3,

b) 4,

c) 5.

Zadanie 8. Jeżeli $a + b = 1$, to:

a) $2a^2 + 2b^2 \geqslant 1$,

b) $4a^3 + 4b^3 \geqslant 1$,

c) $4ab = 1$.

Zadanie 9. Rozwiązaniem równania $x^{\log 4} = 2 + 2^{\log x}$ jest:

a) liczba parzysta,

b) kwadrat pewnej liczby naturalnej,

c) liczba niewymierna.

Zadanie 10. Funkcja f jest funkcją parzystą. Zatem:

a) funkcja $g(x) = x + f(x)$ jest nieparzysta,

b) funkcja $g(x) = x \cdot f(x)$ jest nieparzysta,

c) funkcja $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ jest nieparzysta.

Zadanie 11. Suma cyfr liczby 999999^3 jest:

a) liczbą nieparzystą,

b) liczbą podzielną przez 6,

c) liczbą większą niż 100.

Zadanie 12. Liczb n-cyfrowych o sumie cyfr równej 3 jest:

a) n,

b) $n!$,

c) $\frac{1}{2}n(n+1)$.

Zadanie 13. Podstawy trapezu mają długość a i b, $(a > b)$. Długość odcinka równoległego do nich i dzielącego trapez na dwie figury o równych polach wynosi:

a) $\frac{a+b}{2}$,

b) $\sqrt{\frac{a^2-b^2}{2}}$,

c) $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$.

Zadanie 14. Wiadomo, że $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = 5$ oraz kąt między wektorami $\vec{u}$ i $\vec{v}$ ma miarę $\frac{2}{3}\pi$. Długość wektora $5\vec{u} - 4\vec{v}$ jest równa:

a) $10\sqrt{7}$,

b) $7\sqrt{10}$,

c) 10.

Zadanie 15. Równanie $x^3 - 10x + 1 = 0$, $x \in \mathbb{R}$:

- a) ma trzy rozwiązania,
- b) ma jedno rozwiązanie,
- c) nie ma rozwiązania.

Zadanie 16. Liczba $\left(\frac{\sin 1^\circ \cdot \cos 16^\circ \cdot \cos 8^\circ \cdot \cos 4^\circ \cdot \cos 2^\circ \cdot \cos 1^\circ}{\sin 32^\circ}\right)^{-1}$ jest liczbą:

- a) wymierną,
- b) całkowitą,
- c) naturalną.

Zadanie 17. Powierzchnia boczna stożka po rozcięciu wzdłuż tworzącej i rozłożeniu na płaszczyźnie jest wycinkiem koła o kącie, którego miara jest równa 120°. Przekrojem osiowym tego stożka jest trójkąt:

- a) ostrokątny,
- b) równoboczny,
- c) prostokątny.

Zadanie 18. Liczba wszystkich rosnących ciągów pięciowyrazowych o wyrazach należących do zbioru $\{1, 2, 3, \ldots, 2014\}$ jest równa:

- a) $\frac{2014!}{5!}$,
- b) $\binom{2014}{5}$,
- c) $\binom{2014}{2009}$.

Zadanie 19. Liczba wszystkich dzielników naturalnych liczby $2014 \cdot 4 \cdot 11$ jest liczbą:

- a) parzystą,
- b) podzielną przez 10,
- c) podzielną przez 16.

Zadanie 20. Równanie $[[x] - x] = -1$, gdzie $[x]$ oznacza największą liczbę całkowitą nie większą od liczby x:

- a) nie ma rozwiązania,
- b) ma nieskończenie wiele rozwiązań,
- c) ma dokładnie 2014 rozwiązań.

ZADANIA OTWARTE

1. Oblicz maksymalne pole trapezu, którego trzy boki mają długość 1.
2. Oblicz $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \ldots + 100 \cdot 101$.

ROZWIĄZANIE:

BRUDNOPIS