PAŃSTWOWA WYŻSZA SZKOŁA ZAWODOWA W CHEŁMIE
INSTYTUT MATEMATYKI i INFORMATYKI
22-100 Chełm, ul. Pocztowa 54
tel./fax. (082) 562 11 24

KONKURS MATEMATYCZNY
im. Samuela Chróścikowskiego
11 kwiecień 2014r. godz. 09.00

Nazwisko i imię: . . . .

Pesel: . . . .

Kategoria I nr testu: . . . .

Wyrażam zgodę na przetwarzanie moich danych osobowych w zakresie związanym z przeprowadzeniem Konkursu.

Podpis: . . . .

Instrukcja wstępna:

Test składa się z 20 zadań zamkniętych i 2 zadań otwartych. Każde zadanie zamknięte zawiera informacje wstępne oraz trzy propozycje rozwiązań poprzedzone pustymi prostokątami. W każdy prostokąt należy wpisać TAK lub NIE.

Za każdą z poprawnie udzielonych odpowiedzi w poszczególnych zadaniach uczestnik otrzyma 1 pkt. Jeśli wszystkie trzy udzielone odpowiedzi będą prawidłowe uczestnik dodatkowo otrzymuje 1 pkt. Brak odpowiedzi na pytanie będzie traktowane jako odpowiedź błędna. Za każde zadanie otwarte można otrzymać maksymalnie 5 pkt.

W trakcie rozwiązywania zadań pomocnicze obliczenia można wykonywać jedynie na kartkach załączonych do testu. W czasie trwania testu nie można korzystać z tablic matematycznych, kalkulatorów i innych pomocy naukowych.

POWODZENIA !!!!!!!!!!

Zadanie 1. Liczba wszystkich dzielników naturalnych liczby 2014 jest liczbą:

a) parzystą,

b) podzielną przez 4,

c) podzielną przez 8.

Zadanie 2. Jeżeli $x + y = 1$, to:

a) $x^2 + y^2 \geqslant \frac{1}{2}$,

b) $x^3 + y^3 \geqslant \frac{1}{4}$,

c) $x - y \geqslant 0$.

Zadanie 3. Funkcje f i g są funkcjami nieparzystymi. Zatem:

a) funkcja $h(x) = f(x) + g(x)$ jest parzysta,

b) funkcja $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ jest parzysta,

c) funkcja $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ jest parzysta.

Zadanie 4. Suma kątów wewnętrznych pewnego wielokąta wypukłego wynosi $1800°$. Zatem ma on:

a) więcej niż 50 przekątnych,

b) więcej niż 60 przekątnych,

c) więcej niż 70 przekątnych.

Zadanie 5. Liczb naturalnych n dla których liczba $n^4 + 4$ jest liczbą pierwszą jest:

a) nieskończenie wiele,

b) mniej niż cztery,

c) mniej niż trzy.

Zadanie 6. Wykres funkcji $f(x) = ||x| - 1| + ||x| - 2|$, gdzie $x \in \mathbb{R}$, ma z osią odciętych:

a) jeden punkt wspólny,

b) dwa punkty wspólne,

c) trzy punkty wspólne.

Zadanie 7. Suma cyfr liczby 999999^2 jest:

a) liczbą nieparzystą,

b) liczbą podzielną przez 6,

c) liczbą mniejszą niż 100.

Zadanie 8. Istnieje liczba złożona, której wszystkie dzielniki większe od jedności, przy dzieleniu przez trzy dają resztę:

a) 0,

b) 1,

c) 2.

Zadanie 9. Najmniejszą wartością funkcji $f(x) = \sqrt{x+2+2\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+2-2\sqrt{x+1}}$ jest:

a) 0,
b) 1,
c) 2.

Zadanie 10. Funkcja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dla wszystkich liczb $x, y \in \mathbb{R}$ spełnia równanie $f(x+y) = f(x)+f(y)$. Prawdą jest, że:

a) $f(0) = 0$,
b) $f(0) = 1$,
c) $f(2) = 4$, jeśli $f(1) = 2$.

Zadanie 11. Liczby a, b, c, d, $(a < b < c < d)$, są czterema kolejnymi najmniejszymi liczbami nieparzystymi, których suma jest podzielna przez 15. Prawdą jest, że:

a) $a + b + c + d = 5!$,
b) b jest liczbą pierwszą,
c) $c \cdot d > 1000$.

Zadanie 12. Niech a i b oznaczają długości dwóch boków trójkąta o polu P. Zatem:

a) $P \leqslant \frac{a^2+b^2}{4}$,
b) $P \leqslant \frac{a^2+b^2}{3}$,
c) $P \leqslant \frac{a^2+b^2}{2}$.

Zadanie 13. Liczb n-cyfrowych o sumie cyfr równej 2 jest:

a) $n!$,
b) $\frac{n(n+1)}{2}$,
c) n.

Zadanie 14. Dwa okręgi przecinają się w punktach A i B. Odcinki AC i AD są średnicami tych okręgów. Wynika z tego, że:

a) punkty C, B i D są współliniowe,
b) trójkąt ADC jest trójkątem prostokątnym,
c) odcinek AB jest prostopadły do odcinka CD.

Zadanie 15. Przyprostokątne trójkąta prostokątnego mają długości a i $2a$. Długość promienia okręgu stycznego do obu przyprostokątnych, o środku leżącym na przeciwprostokątnej jest:

a) mniejsza niż a,
b) mniejsza niż $\frac{3}{4}a$,
c) mniejsza niż $\frac{1}{2}a$.

Zadanie 16. Podstawy trapezu mają długości 8 i 4. Długość odcinka równoległego do nich i dzielącego trapez na dwie figury o równych polach wynosi:

a) 6,

b) $2\sqrt{10}$,

c) $\frac{1}{2}\sqrt{160}$.

Zadanie 17. Wśród liczb 41, 401, 4001, 40001, 400001, 4000001, 40000001, 400000001, kwadratów liczby naturalnej jest:

a) mniej niż 2,

b) mniej niż 3,

c) mniej niż 4.

Zadanie 18. W równoległoboku $ABCD$ punkty P i Q są odpowiednio środkami boków AB i AD. Prawdą jest, że:

a) $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{CQ} - 2\overrightarrow{CP})$,

b) $\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{CP} - 2\overrightarrow{CQ})$,

c) $\overrightarrow{CP} = \overrightarrow{CQ}$.

Zadanie 19. W trapezie równoramiennym $ABCD$ wysokość poprowadzona z wierzchołka kąta rozwartego ma długość $\sqrt[3]{2}$ i dzieli dłuższą podstawę na odcinki, z których dłuższy ma długość $\sqrt[3]{4}$. Pole tego trapezu:

a) jest większe niż 2,

b) jest większe niż 3,

c) jest większe niż 4,

Zadanie 20. Liczba $\frac{1}{\log_2 2014!} + \frac{1}{\log_3 2014!} + \ldots + \frac{1}{\log_{2014} 2014!}$ jest:

a) równa 2014,

b) liczbą parzystą,

c) większa niż $\frac{1}{2014}$.

ZADANIA OTWARTE

1. W trójkącie prostokątnym ABC, gdzie kąt przy wierzchołku C ma miarę 90°, wybrano punkt P, dla którego trójkąty PAB, PBC i PCA mają równe pola. Oblicz odległość punktu P od wierzchołka C wiedząc, że suma kwadratów odległości tego punktu od wierzchołków A i B jest równa m.

2. Oblicz $\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \ldots + \frac{1}{2013\cdot 2014}$.

ROZWIĄZANIE:

BRUDNOPIS